

## Лабораторная работа

## “ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ ВОЛНОВЫМ МЕТОДОМ”

**Принадлежности:** 1) вибратор, 2) автотрансформатор, 3) неоновая лампа, 4) ванна для испытываемой жидкости, 5) штатгенциркуль.

**Теория.**

Если в каком-либо месте периодически нарушать горизонтальность поверхности жидкости, то это место явится источником волн. Если следить лишь за изменением положения поверхностного слоя, то такие волны можно назвать поперечными.

Роль возвращающей силы играют силы поверхностного натяжения и силы тяжести. Действительно, поверхность покоящейся жидкости, находящейся под воздействием силы тяжести, горизонтальна. Точно так же всякое искривление поверхности жидкости связано с увеличением её потенциальной энергии, обусловленной силами поверхностного натяжения. Под действием сил поверхностного натяжения поверхность стремится уменьшиться, т. е. возвратиться в горизонтальное положение, в котором потенциальная энергия минимальна.

При небольших амплитудах волн пути отдельных частиц жидкости с некоторым довольно большим приближением можно считать окружностями. Диаметры этих круговых путей наибольшие для частиц, находящихся на поверхности, и быстро уменьшаются с глубиной. Поэтому можно считать, что волны распространяются по поверхности жидкости.

Диаметр  $d = 2r$  траекторий “поверхностных” частиц жидкости равен разности высот между впадиной и гребнем. Период  $T$  полного обращения частицы соответствует продвижению волны на полную её длину  $\lambda$ .

На гребне волны частица движется в направлении распространения волны, во впадине — в противоположном направлении.

Для подсчёта скорости распространения волны удобно рассмотреть движение частиц жидкости на поверхности в системе координат, жёстко связанной с движущейся волной. При таком выборе системы отсчёта можно не принимать во внимание перекачку энергии из пучности волны во впадину, так как в “застывшей” волне энергия каждого участка волны остаётся неизменной.

В случае малых амплитуд ( $r \ll \lambda$ ) наблюдатель, движущийся вместе с волной, видит частицы, проносящиеся по поверхности застывшей волны в сторону, противоположную движению волны. Во впадине эта относительная скорость частицы равна  $u + \frac{2\pi r}{T}$  ( $u$  — скорость распространения волны,  $\frac{2\pi r}{T}$  — абсолютная скорость частицы). На гребне относительная скорость частиц меньше, чем во впадине, на удвоенную величину её абсолютной скорости. Это уменьшение скорости частицы при поднятии на гребень объясняется увеличением потенциальной энергии. Для гравитационных волн, в образовании которых основную роль играют силы тяжести (если силами поверхностного натяжения можно пренебречь), это изменение потенциальной энергии равно весу  $mg$ , умноженному на высоту

$$\Delta U = mg 2r \quad (1)$$

Изменение кинетической энергии можно подсчитать, пользуясь соотношением (1):

$$\Delta W = \frac{m}{2} \left[ \left( u + \frac{2\pi r}{T} \right)^2 - \left( u - \frac{2\pi r}{T} \right)^2 \right] = \frac{4m\pi r u}{T} \quad (2)$$

По закону сохранения энергии  $\Delta U = \Delta W$ , т.е.

$$2 m g r = \frac{4 \pi m r v}{T} \quad (3)$$

В случае малых амплитуд очертание волны можно считать синусоидальным. Для синусоидальных волн

$$v T = \lambda \quad (4)$$

Учитывая это из (4), получим выражение для скорости гравитационных волн

$$v = \sqrt{\frac{g \lambda}{2 \pi}} \quad (5)$$

С ростом длины волны  $\lambda$  скорость гравитационных волн увеличивается.

Влияние поверхностного натяжения на величину потенциальной энергии можно учесть следующим образом. Рассмотрим рис. 1, на котором изображено вертикальное сечение волны, распространяющейся в направлении линии  $AB$  по поверхности жидкости плотности  $\rho$  и с поверхностным натяжением  $\sigma$ .

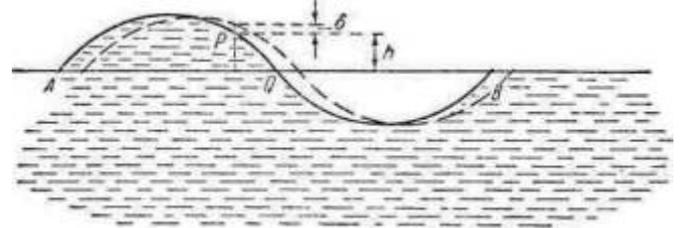


рис. 1

$AQB$  — уровень спокойной поверхности жидкости,  $h$  — высота точки  $P$  волновой поверхности над линией  $AB$ .

Если в процессе распространения волны точка  $P$  поднимется на бесконечно малую величину  $\delta$ , то малый элемент поверхности  $dS$  будет двигаться вверх против силы

$dS \frac{\sigma}{|R|}$ , где  $R$  — радиус кривизны вертикального сечения поверхности волны в точке  $P$ . Работа, совершаемая при подъёме элемента поверхности  $dS$  в точке  $P$ , равна

$$dA = dS \frac{\sigma}{|R|} \delta \cos \beta, \quad (6)$$

где  $\beta$  — угол между вертикалью и радиусом кривизны вертикального сечения поверхности волны в точке  $P$ .

Можно считать, что жидкость, необходимая для наполнения освободившегося при перемещении элемента поверхности пространства, берётся с уровня  $AQB$ . Тогда работа, совершаемая против силы тяжести, равна  $\rho dS \delta \cos \beta \cdot gh$ . Вся совершаемая при перемещении элемента поверхности  $dS$  работа, т. е. полное приращение потенциальной энергии, равна

$$dU = dS \delta \cos \beta \left( \rho g h + \frac{\sigma}{|R|} \right). \quad (7)$$

Множитель  $\frac{1}{R}$  представляет собой кривизну сечения поверхности волны в точке  $P$ , её нетрудно вычислить. Запишем уравнение бегущей волны в виде

$$h = h_0 \sin 2 \pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right). \quad (8)$$

Если зафиксировать положение волны в какой-либо момент времени  $t$ , то получим кривую, изображённую на рис. 1. Кривизну  $\frac{1}{R}$  в любой точке кривой можно вычислить по

формуле<sup>1</sup>

$$\frac{1}{R} = \frac{d^2 h}{dx^2} \left[ 1 + \left( \frac{dh}{dx} \right)^2 \right]^{-3/2} . \quad (9)$$

В рассматриваемом случае малых амплитуд ( $h_0 \ll \lambda$ ) второй член в квадратных скобках можно опустить. Тогда

$$\frac{1}{|R|} = \frac{4 \pi^2}{\lambda^2} h . \quad (10)$$

Подставляя это значение кривизны в (7), получим

$$dU = dS \delta \cos \beta \cdot \rho h \left( g + \frac{4 \pi^2 \sigma}{\rho \lambda^2} \right) . \quad (11)$$

Отсюда видно, что поверхностное натяжение как бы увеличивает ускорение силы тяжести на величину  $\frac{4 \pi^2}{\rho \lambda^2} \sigma$ . Учитывая это, можно видоизменить соотношение (5) для скорости волны применительно к общему случаю с учётом как силы тяжести, так и сил поверхностного натяжения

$$v = \sqrt{\frac{\lambda}{2 \pi} g + \frac{2 \pi}{\rho \lambda} \sigma} . \quad (12)$$

Выражение под знаком корня есть сумма двух слагаемых, из которых первое  $\frac{\lambda g}{2 \pi}$  делается бесконечно большим при бесконечно большом  $\lambda$ , а второе  $\frac{2 \pi}{\rho \lambda} \sigma$  — при бесконечно малом  $\lambda$ . Таким образом, скорость распространения волны бесконечно велика при очень малом  $\lambda$ , затем она уменьшается, достигая некоторого минимального значения  $v_{min}$ , и далее вновь возрастает, стремясь к бесконечности при очень больших длинах волн.

Значение длины волны, соответствующее  $v_{min}$ , разграничивает области гравитационных от так называемых капиллярных волн, в образовании которых основную роль играет поверхностное натяжение жидкости.

Для чисто капиллярных волн  $\frac{2 \pi}{\rho \lambda} \sigma \gg \frac{\lambda g}{2 \pi}$ , и скорость их распространения определяется соотношением

$$v = \sqrt{\frac{2 \pi}{\rho \lambda} \sigma} . \quad (13)$$

В общем случае из (12) можно получить выражение коэффициента поверхностного натяжения  $\sigma$ , выражая  $v$  через частоту  $\nu$  и длину волны  $\lambda$   $v = \lambda \nu$ :

$$\sigma = \rho \frac{\lambda^3 \nu^2}{2 \pi} - \rho \frac{\lambda^2 g}{4 \pi^2} . \quad (14)$$

Получив на поверхности с помощью вибратора волны и измерив их длину волны  $\lambda$  (используя, например, стробоскопическое освещение), легко по формуле (14) определить коэффициент поверхностного натяжения жидкости  $\sigma$ , зная частоту колебаний вибратора  $\nu$  и плотность жидкости  $\rho$ .

---

<sup>1</sup>П. К. Р а ш е в с к и и, Курс дифференциальной геометрии, стр. 116, Гостехиздат, 1956.

Пользуясь этим методом, в настоящей задаче и определяют коэффициент поверхностного натяжения жидкости.

### Описание установки.

Для получения колебаний используется электромагнитный вибратор, питаемый от сети переменного тока через автотрансформатор.

Вибратор представляет собой (рис. 2), изогнутый стержень 1 с шариком на конце, скреплённый с намагниченным “язычком” 2, помещённым между одноимёнными полюсами двух подковообразных магнитов, причём намагниченность “язычка” противоположна намагниченности этих полюсов 3.

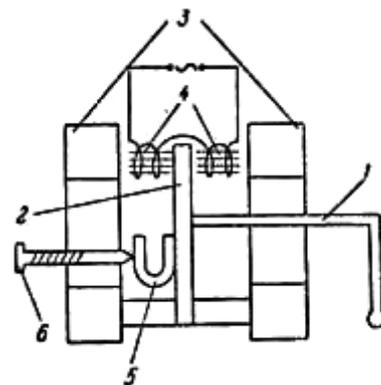
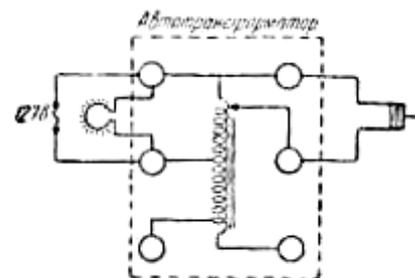


рис. 2

Две катушки с одинаковым направлением обмоток 4, питаемые от сети переменного тока через автотрансформатор, также помещены между теми же полюсами подковообразных магнитов так, что “язычок” находится между ними. Таким образом, частота колебаний вибратора равна частоте тока, питающего обмотки электромагнита, а именно 50 Гц.

Колеблющийся стержень вибратора касается поверхности воды или другой жидкости в кювете и возбуждает на ней круговые поверхностные волны той же частоты.

Для измерения длины волны применяется стробоскопическое освещение от неоновой лампы, питаемой от сети переменного тока. Удобно установить неоновую лампу так, чтобы волны освещались от светящейся щели между двумя электродами. Тогда частота миганий лампы равна удвоенной частоте городского тока, т. е. 100 Гц. Освещенные волны кажутся совершенно неподвижными и их кажущаяся длина в два раза меньше длины бегущей волны. Картина отчетливо видна, так как колебания вибратора и вспышки неоновой лампы, происходят синхронно вследствие того, что они питаются от одного и того же источника переменного тока.



1 рис. 3

Электрическая схема установки представлена на рис. 3. Можно освещать волны вспышками лишь одного электрода лампы, повернув её соответствующим образом. Тогда в неподвижной картине волн длина волны равна длине бегущей волны, так как теперь частота мигания лампы равна 50 гц. Но вследствие побочного освещения, проникающего от второго электрода, картина в этом случае менее отчетлива.

И в том и в другом случаях картину неподвижных волн легко наблюдать по теням на дне кюветы. Для этого дно ванночки должно быть сделано из непрозрачного белого материала.

Так как освещение от неоновой лампы недостаточно интенсивно, то при измерениях, особенно при ярком дневном свете, всю установку следует экранировать. Для этой цели служит чехол из непрозрачного, плотного материала.

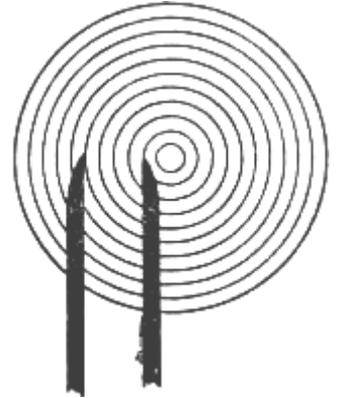
Измерение длины волны производится с помощью штангенциркуля. Для этого подносят штангенциркуль к поверхности жидкости и устанавливают его так, чтобы на дне ванночки между внутренними границами теней от ножек штангенциркуля располагалось целое число волн.

Чтобы измерения были правильными, они должны быть произведены при следующих условиях:

1. Три точки — концы ножек штангенциркуля и стержень вибратора у поверхности жидкости — должны находиться на одной прямой. При этом то же самое условие будет

автоматически выполняться и для теней.

2. Ножки штангенциркуля должны лежать почти горизонтально и в непосредственной близости к поверхности жидкости, почти касаясь ее. При этом внутренние границы теней от ножек штангенциркуля должны совпадать с касательными к темным кольцам на дне ванночки. Если слой жидкости достаточно толст, то темновые волны заметно отличаются по форме от круговых — кольца вытянуты.
3. Проекции на дне ванночки от внутренних краёв ножек штангенциркуля должны заключать точно целое число длин темновых волн. Для этого ножки штангенциркуля должны быть касательными либо к внутренним, либо к внешним границам темновых колец. Правильное положение штангенциркуля изображено на рис. 4.



Прибор, используемый в настоящей задаче, изготовлен по чертежам К. А. Рагозинского.

### **Порядок измерений.**

Перед началом работы необходимо тщательно вымыть ванну и налить в неё испытуемую жидкость. Уровень жидкости должен быть достаточно высоким (1—1,5 см) для того, чтобы не влияло дно кюветы. Не следует наливать слишком много жидкости: вследствие преломления в толще жидкости кольца будут широкими с нерезкими границами, что неблагоприятным образом сказывается на результатах измерения. Затем опустить стержень вибратора до соприкосновения с жидкостью. После этого следует включить установку по схеме на рис. 3, предварительно убедившись, что автотрансформатор поставлен на нуль.

Убедившись, что лампочка горит, подать напряжение с автотрансформатора на вибратор не более 30—60 В. При этом на дне ванночки должна появиться неподвижная картина круговых волн. Далее надо отрегулировать работу вибратора, изменяя силу упругости возвратной пружины 5 (на рис. 2) вибратора регулировочным винтом 6. Картина на дне кюветы должна быть совершенно неподвижной в виде замкнутых чередующихся темных и светлых колец.

Теперь можно приступить к измерениям. Следует проделать достаточное количество измерений (5—10).

### **ЛИТЕРАТУРА**

1. Р. В. П о л ь, Механика, акустика и учение о теплоте, стр. 300, Гостех-издат, 1957.
2. Курс физики под редакцией Н. Д. П а п а л е к с и, т. 1, Гостех-издат, 1948.