

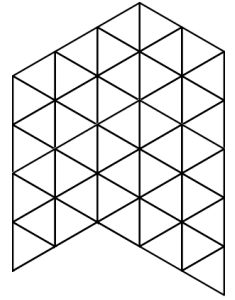


## Задания для 4 класса

*Не забывайте обосновывать свои решения!*

1. Андрей назвал все натуральные числа от 180 до 220 включительно («сто семьдесят», «сто восемьдесят один» и т. д.). Сколько слов он произнёс?

2. Покажите, как разрезать нарисованную справа фигуру по линиям на три равные части. (Части должны совпадать не только по количеству треугольников, но и по форме.)



3. У костра по кругу сидят восемь туземцев из четырёх племён. Каждый говорит своему соседу слева: «Среди остальных шестерых нет моих соплеменников». Известно, что туземцы лгут чужим и говорят правду своим. Сколько может быть туземцев каждого племени? Не забудьте доказать, что других ответов не бывает.

4. Девочка стоит на первом этаже 14-этажного дома, на двенадцатом и на четырнадцатом этажах которого живут её подружки. Лестницы в доме нет, но есть лифт, который умеет перемещаться только на 3 или на 7 этажей вверх или вниз. Может ли девочка посетить всех подружек, совершив не более 6 переездов на лифте?

5. Вчера на базаре на сто тугриков можно было купить 9 пряников и 7 пирожных (и даже дали бы сдачу), а сегодня этой суммы уже не хватает. Зато на эти же 100 тугриков сегодня можно купить два пряника и 11 пирожных (тоже со сдачей), а вчера бы этой суммы не хватило. Пряник и пирожное стоят целое число тугриков, а цена каждой сладости за ночь изменилась не более чем на один тугрик. А сколько тугриков сегодня стоит один пряник?

6. В наборе были гири массой 43, 70, 57 граммов, поровну каждого вида. Малыш потерял несколько гирек (менее пяти), взвесил остаток на весах и получил 20172 грамма. Сколько и каких гирек потерялось?

7. 22 футболиста сыграли три тренировочных игры (разбиваясь каждый раз на два состава по 11 человек). Докажите, что какие-то два футболиста все три раза были соперниками.

### Оформление работы.

На обложке тонкой тетради крупно укажите номер класса, за который Вы пишете работу. На первой странице напишите печатными буквами: фамилию и имя, полный домашний адрес, почтовый индекс, телефон, класс, номер и район школы, в которой Вы учитесь. Если у Вас есть электронный адрес, укажите и его. Если Вы занимаетесь в математическом кружке, то укажите фамилию руководителя и место занятий кружка.

Решение каждой задачи начинайте с новой страницы. Условия задач переписывать не нужно. Помните, что кроме ответа почти всегда необходимо полное его обоснование.

**Работы с признаками списывания или коллективного творчества рассматриваться не будут.**

Сдать решения нужно одним из следующих способов:

- не позже 9 октября прислать работу через веб-форму на сайте ЮМШ: <http://yumsh.spbu.ru>;
- с 1 по 9 октября в рабочие дни отдать тетрадь с решениями по адресу: Санкт-Петербург, 14 линия Васильевского острова, д. 29 (можно привезти сразу несколько работ или даже работы всей школы);
- до 9 октября отправить свою работу по почте (указав номер класса работы на конверте): 198504, Санкт-Петербург, Ст. Петергоф, Университетский пр., д. 28, математико-механический факультет СПбГУ, ЮМШ.

Результаты проверки станут доступны на нашем сайте <http://yumsh.spbu.ru> в середине ноября. Вопросы по условиям задач можно задавать с помощью веб-формы на сайте ЮМШ, а также по тел. +7 (812) 573-97-32.

**Желаем удачи!**



XXI олимпиада Юношеской Математической Школы  
Заочный тур (11 сентября – 9 октября 2017)

## Задания для 5 класса

*Не забывайте обосновывать свои решения!*

1. Константин произнёс названия всех натуральных чисел от 180 до 220 включительно, а Михаил — от 191 до 231 включительно. Кто больше произнёс слов и на сколько?
2. В ряд стоят числа от 1 до 9. Известно, что любые два числа, стоящие через одно, различаются на 1. Может ли число 4 быть крайним в этом ряду?
3. Из доски  $6 \times 6$  вырезали угловые квадраты  $2 \times 2$ . Расставьте на оставшихся полях по два коня каждого из 10 цветов так, чтобы в каждой клетке стоял ровно один конь и одноцветные кони били друг друга.
4. Девочка стоит на первом этаже 24-этажного дома, на 13-м, 16-м и 24-м этажах которого живут её подружки. Лестницы в доме нет, но есть лифт, который умеет перемещаться только на 7 или на 10 этажей вверх или вниз. Может ли девочка посетить всех подружек, совершив не более 10 переездов на лифте?
5. На фестиваль «Хоббиты — за культурное разнообразие!» прибыло более 20 участников. Корреспондент обнаружил, что среди любых 15 участников фестиваля найдётся не менее 4 людей и не менее 5 эльфов. Сколько хоббитов приняло участие в фестивале? Укажите все возможные ответы и докажете, что других нет.
6. Чебурашка на свои деньги купил в магазине у девочки Гали столько же зеркал, сколько Гена — в магазине у Шапокляк. Если бы Гена покупал у Гали, у него было бы 27 зеркал, а если бы Чебурашка покупал у Шапокляк, у него было бы 3 зеркала. Сколько зеркал купили бы Гена и Чебурашка вместе, если бы Галя и Шапокляк договорились и установили цену на зеркала, равную среднему их нынешних цен? (Средним двух чисел называется половина их суммы, например, для чисел 22 и 28 среднее равно 25.)
7. В наборе были гири массой 5, 24 и 43 грамма, поровну каждого вида. Все имеющиеся гири взвесили, и масса оказалась равной  $606060 \dots 60$  граммам. Докажите, что
  - а) хотя бы одна гиря потеряна;
  - б) более 10 гирек потеряно.

### Оформление работы.

На обложке тонкой тетради крупно укажите номер класса, за который Вы пишете работу. На первой странице напишите печатными буквами: фамилию и имя, полный домашний адрес, почтовый индекс, телефон, класс, номер и район школы, в которой Вы учитесь. Если у Вас есть электронный адрес, укажите и его. Если Вы занимаетесь в математическом кружке, то укажите фамилию руководителя и место занятий кружка.

Решение каждой задачи начинайте с новой страницы. Условия задач переписывать не нужно. Помните, что кроме ответа почти всегда необходимо полное его обоснование.

**Работы с признаками списывания или коллективного творчества рассматриваться не будут.**

Сдать решения нужно одним из следующих способов:

- а) не позже 9 октября прислать работу через веб-форму на сайте ЮМШ: <http://yumsh.spbu.ru>;
- б) с 1 по 9 октября в рабочие дни отдать тетрадь с решениями по адресу: Санкт-Петербург, 14 линия Васильевского острова, д. 29 (можно привезти сразу несколько работ или даже работы всей школы);
- в) до 9 октября отправить свою работу по почте (указав номер класса работы на конверте): 198504, Санкт-Петербург, Ст. Петергоф, Университетский пр., д. 28, математико-механический факультет СПбГУ, ЮМШ.

Результаты проверки станут доступны на нашем сайте <http://yumsh.spbu.ru> в середине ноября. Вопросы по условиям задач можно задавать с помощью веб-формы на сайте ЮМШ, а также по тел. +7 (812) 573-97-32.

**Желаем удачи!**

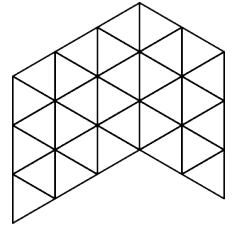


XXI олимпиада Юношеской Математической Школы  
Заочный тур (11 сентября – 9 октября 2017)

## Задания для 6 класса

*Не забывайте обосновывать свои решения!*

1. Покажите, как разрезать нарисованную справа фигуру по линиям на две равные части. (Части должны совпадать не только по количеству треугольников, но и по форме.)



2. На проводе сидят 1000 ворон. В конце каждой минуты каждая третья (третья, шестая, девятая и так далее) ворона улетает.

а) Какими изначально по счету были вороны, которые останутся на проводе в конце концов?

б) Сколько минут пройдет до момента, когда вороны перестанут улетать?

3. Назовем число, состоящее из одинаковых цифр, *красивым*. Любое ли пятизначное число можно представить в виде суммы красивых чисел попарно разной длины?

4. У костра по кругу сидят семеро туземцев из нескольких племен. Каждый говорит своему соседу слева: «Среди остальных пятерых нет моих соплеменников». Известно, что туземцы лгут чужим и говорят правду своим. Представители скольких племен собрались у костра?

5. 22 футболиста сыграли три тренировочных игры (разбиваясь каждый раз на два состава по 11 человек). Докажите, что какие-то два футболиста все три раза были соперниками.

6. Вася и Петя загадали два различных числа, и у каждого из них оказалось столько же простых делителей, сколько и составных. Могут ли числа Васи и Пети иметь общие делители, большие 1?

7. В углах квадратного двора стоят четыре дома, в которых живут хулиганы, дружащие между собой. Начиная с 1 января 2017 года каждый день навсегда ссорились какие-то два хулигана из соседних домов, а 1 января 2018 года впервые оказалось, что ссориться больше некому. Сколько могло быть всего хулиганов? Приведите все варианты и объясните, почему нет других.

### Оформление работы.

На обложке тонкой тетради крупно укажите номер класса, за который Вы пишете работу. На первой странице напишите печатными буквами: фамилию и имя, полный домашний адрес, почтовый индекс, телефон, класс, номер и район школы, в которой Вы учитесь. Если у Вас есть электронный адрес, укажите и его. Если Вы занимаетесь в математическом кружке, то укажите фамилию руководителя и место занятий кружка.

Решение каждой задачи начинайте с новой страницы. Условия задач переписывать не нужно. Помните, что кроме ответа почти всегда необходимо полное его обоснование.

**Работы с признаками списывания или коллективного творчества рассматриваться не будут.**

Сдать решения нужно одним из следующих способов:

а) не позже 9 октября прислать работу через веб-форму на сайте ЮМШ: <http://yumsh.spbu.ru>;

б) с 1 по 9 октября в рабочие дни отдать тетрадь с решениями по адресу: Санкт-Петербург, 14 линия Васильевского острова, д. 29 (можно привезти сразу несколько работ или даже работы всей школы);

в) до 9 октября отправить свою работу по почте (указав номер класса работы на конверте): 198504, Санкт-Петербург, Ст. Петергоф, Университетский пр., д. 28, математико-механический факультет СПбГУ, ЮМШ.

Результаты проверки станут доступны на нашем сайте <http://yumsh.spbu.ru> в середине ноября. Вопросы по условиям задач можно задавать с помощью веб-формы на сайте ЮМШ, а также по тел. +7 (812) 573-97-32.

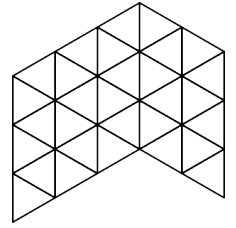
**Желаем удачи!**



**Задания для 7 класса**

*Не забывайте обосновывать свои решения!*

1. Чебурашка записал словами все чётные трёхзначные числа («сто, сто два, сто четыре, ..., девятьсот девяносто восемь»), а Незнайка — все нечётные трёхзначные числа. Кто из них написал больше слов и на сколько?



2. а) Покажите, как разрезать нарисованную справа фигуру по линиям на две равные (по форме и размеру) части.  
 б) Покажите, как это сделать ещё одним способом.

3. На фестиваль «Хоббиты — за культурное разнообразие» прибыло более 20 участников. Корреспондент обнаружил, что среди любых 15 участников фестиваля найдётся не менее 4 людей и не менее 5 эльфов. Сколько хоббитов приняло участие в фестивале?

4. Петя придумал два трёхзначных числа УРА и ЮМШ, причём все цифры У, Р, А, Ю, М, Ш различны и не равны нулю. Посчитав произведение  $УРА \cdot Ю \cdot ММ \cdot ШШШШ$ , он обнаружил, что оно равно квадрату целого числа. Чему может равняться число ЮМШ, если его цифры расположены в порядке возрастания? Найдите все возможные варианты.

5. На учениях «Путь к миру–2017» по кругу расположены 2017 воронок, в одной из которых прячется враг. Артиллерия может залпом обстрелять некоторые (но не все) воронки, после чего враг переползает в следующую по часовой стрелке. При этом ни в какую воронку нельзя стрелять дважды. Какое наименьшее число залпов нужно дать артиллеристам, чтобы гарантированно поразить врага? Не забудьте доказать, что оно наименьшее.

6. В наборе были гири массой 5, 24 и 67 граммов, поровну каждого вида. Все имеющиеся гири взвесили, и масса оказалась равной  $363636363636363636$  граммам.

а) Докажите, что более 10 гирек потеряно.

б) Какое минимальное количество гирек могло быть потеряно?

7. Андрей взял огромную круглую салфетку, согнул её пополам (получился полукруг в два слоя), потом ещё раз пополам (получилась четверть круга в четыре слоя), и так далее. После сотого сгиба получился узкий сектор в  $2^{100}$  слоёв. Тогда Андрей развернул круг обратно. Найдите количество пар секторов, которые в развернутом состоянии соседние, а в сложенном между ними ровно 30 слоёв.

**Оформление работы.**

На обложке тонкой тетради крупно укажите номер класса, за который Вы пишете работу. На первой странице напишите печатными буквами: фамилию и имя, полный домашний адрес, почтовый индекс, телефон, класс, номер и район школы, в которой Вы учитесь. Если у Вас есть электронный адрес, укажите и его. Если Вы занимаетесь в математическом кружке, то укажите фамилию руководителя и место занятий кружка.

Решение каждой задачи начинайте с новой страницы. Условия задач переписывать не нужно. Помните, что кроме ответа почти всегда необходимо полное его обоснование.

**Работы с признаками списывания или коллективного творчества рассматриваться не будут.**

**Сдать решения** нужно одним из следующих способов:

а) не позже 9 октября прислать работу через веб-форму на сайте ЮМШ: <http://yumsh.spbu.ru>;

б) с 1 по 9 октября в рабочие дни отдать тетрадь с решениями по адресу: Санкт-Петербург, 14 линия Васильевского острова, д. 29 (можно привезти сразу несколько работ или даже работы всей школы);

в) до 9 октября отправить свою работу по почте (указав номер класса работы на конверте): 198504, Санкт-Петербург, Ст. Петергоф, Университетский пр., д. 28, математико-механический факультет СПбГУ, ЮМШ.

Результаты проверки станут доступны на нашем сайте <http://yumsh.spbu.ru> в середине ноября. Вопросы по условиям задач можно задавать с помощью веб-формы на сайте ЮМШ, а также по тел. +7 (812) 573-97-32.

**Желаем удачи!**



XXI олимпиада Юношеской Математической Школы  
Заочный тур (11 сентября – 9 октября 2017)

## Задания для 8 класса

*Не забывайте обосновывать свои решения!*

1. У костра по кругу сидят семеро туземцев из нескольких племен. Каждый говорит своему соседу слева: «Среди остальных пятерых нет моих соплеменников». Известно, что туземцы лгут чужим и говорят правду своим. Представители скольких племен собрались у костра?
2. В углах квадратного двора стоят четыре дома, в которых живут 77 хулиганов, дружащих между собой. Начиная с 1 января 2017 года каждый день навсегда ссорились какие-то два хулигана из разных домов, а к 1 января 2018 года оказалось, что друзей из соседних домов не осталось. Докажите, что какая-то из ссор была между хулиганами из противоположных домов.
3. В наборе были гири массой 5, 24 и 43 грамма, поровну каждого вида. Все имеющиеся гири взвесили, и их масса оказалась равной  $606060 \dots 60$  граммам. Докажите, что более 10 гирек потеряно.
4. В выпуклом четырехугольнике  $ABCD$  угол  $A$  равен  $40^\circ$ , угол  $D$  равен  $45^\circ$ , биссектриса угла  $B$  делит  $AD$  пополам. Докажите, что  $AB > BC$ .
5. На учениях «Путь к миру–2017» по кругу расположены 2017 воронок, в одной из которых прячется враг. Артиллерия может залпом обстрелять некоторые (но не все) воронки, после чего враг переползает в следующую по часовой стрелке. При этом ни в какую воронку нельзя стрелять дважды. Какое наименьшее число залпов нужно дать артиллеристам, чтобы гарантированно поразить врага? Не забудьте доказать, что оно наименьшее.
6. В противоположных углах шахматной доски стоят кони. Двое игроков по очереди вырезают из доски свободные клетки. Проигрывает тот, после чьего хода один конь не сможет доскакать по доске до другого. Кто из игроков сможет выиграть, как бы ни ходил другой?
7. Найдите все простые  $p$  и натуральные  $n$ , удовлетворяющие равенству  $p^2 + n^2 = 3pn + 1$ .

### Оформление работы.

На обложке тонкой тетради крупно укажите номер класса, за который Вы пишете работу. На первой странице напишите печатными буквами: фамилию и имя, полный домашний адрес, почтовый индекс, телефон, класс, номер и район школы, в которой Вы учитесь. Если у Вас есть электронный адрес, укажите и его. Если Вы занимаетесь в математическом кружке, то укажите фамилию руководителя и место занятий кружка.

Решение каждой задачи начинайте с новой страницы. Условия задач переписывать не нужно. Помните, что кроме ответа почти всегда необходимо полное его обоснование.

**Работы с признаками списывания или коллективного творчества рассматриваться не будут.**

Сдать решения нужно одним из следующих способов:

- а) не позже 9 октября прислать работу через веб-форму на сайте ЮМШ: <http://yumsh.spbu.ru>;
- б) с 1 по 9 октября в рабочие дни отдать тетрадь с решениями по адресу: Санкт-Петербург, 14 линия Васильевского острова, д. 29 (можно привезти сразу несколько работ или даже работы всей школы);
- в) до 9 октября отправить свою работу по почте (указав номер класса работы на конверте): 198504, Санкт-Петербург, Ст. Петергоф, Университетский пр., д. 28, математико-механический факультет СПбГУ, ЮМШ.

Результаты проверки станут доступны на нашем сайте <http://yumsh.spbu.ru> в середине ноября. Вопросы по условиям задач можно задавать с помощью веб-формы на сайте ЮМШ, а также по тел. +7 (812) 573-97-32.

**Желаем удачи!**