



Олимпиада
Юношеской математической школы
2 отборочный тур, 15 октября 2022 года
8 класс



1. В фирме «Рога и копыта» 150 сотрудников, и у всех разная зарплата. Некоторые из сотрудников всегда говорят правду, остальные всегда врут. Всем сотрудникам задали два вопроса: «Относите ли вы к сотне наиболее высокооплачиваемых сотрудников фирмы?» и «Относите ли вы к сотне самых низкооплачиваемых сотрудников?». На каждый из них было дано по крайней мере 100 утвердительных ответов. Врал ли при опросе 70-й по зарплате (начиная с самых высокооплачиваемых) сотрудник?

2. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ известны углы: $\angle BAC = 41^\circ$, $\angle DAC = 8^\circ$, $\angle ABD = 82^\circ$, $\angle CBD = 16^\circ$. Докажите, что $ABCD$ — это трапеция.

3. Пять различных чисел a, b, c, d, e таковы, что

$$\frac{e-c}{b-a} = \frac{a-d}{c-b} = \frac{b-e}{d-c} = \frac{d-b}{a-e}.$$

Докажите, что $\frac{c-a}{e-d} = \frac{e-c}{b-a}$.

4. Два автомобиля одновременно выехали из пункта A в пункт B . Первый автомобиль всегда ехал с постоянной скоростью. Водитель второго автомобиля разбил весь путь на 999 равных по длине участков и увеличивал свою скорость на одну и ту же величину, как только проезжал очередной участок. Оказалось, что скорость первого автомобиля равнялась скорости второго автомобиля на 500-м участке. Какой автомобиль раньше прибыл в пункт B ?

5. На доске написано число 155520. Два игрока ходят по очереди. За ход можно написанное на доске число умножить на $\frac{p}{q}$, где $p > q$, и p и q — простые делители написанного на доске числа. Результат умножения записывается поверх старого. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто — начинающий или его противник — сможет выиграть независимо от действий соперника?