



Олимпиада  
Юношеской математической школы  
2 отборочный тур, 15 октября 2022 года  
11 класс



1. От нечего делать Вася нашел все трёхзначные числа с суммой делителей 403. Сделайте это и Вы.

2. Промозглым осенним вечером Вася отыскал пять различных вещественных чисел  $a, b, c, d, e$  и с изумлением обнаружил, что

$$\frac{e - c}{b - a} = \frac{a - d}{c - b} = \frac{b - e}{d - c} = \frac{d - b}{a - e}.$$

Докажите, что когда Вася вычислит  $\frac{c-a}{e-d}$ , он получит тот же самый результат, и найдите этот результат.

3. От аллергии на содержательные задачи Вася записал шестизначное число  $\overline{abcdef}$ , используя только нечётные цифры, причем числа  $\overline{ab}, \overline{bc}, \dots, \overline{ef}$  все делятся на  $n$ . При каком наибольшем  $n$  такое возможно, если не все цифры исходного числа равны между собой?

4. В стране 99 городов, и каждые два соединены прямой авиалинией. Цена перелёта между двумя городами фиксирована и составляет либо 1000, либо 2000 рублей. Сумма цен на билеты из каждого города не меньше 120000. Барон Мюнхгаузен и Вася поспорили, что барон может облететь несколько городов, не посетив ни один из них дважды, и потратить на билеты не менее 140000 рублей. Всегда ли барон сможет победить?

5. От большой планиметрической любви Вася нашел в равностороннем треугольнике  $ABC$  точку  $M$ , такую что выражение

$$|AM| + 2|BM| + 2|CM|$$

минимально. Сделайте это и Вы.