



Олимпиада  
Юношеской математической школы  
1 отборочный тур, 25 сентября 2022 года  
8 класс



1. Точка пересечения биссектрис треугольника равноудалена от середин его сторон. Докажите, что треугольник равносторонний.

2. НОД двух чисел равен  $40!$ . А их НОК равен  $45!$ . Сколькими способами можно выбрать такие числа?

Напомним, что символом  $n!$  обозначается произведение всех натуральных чисел от 1 до  $n$  включительно.

3. Пусть действительные числа  $x, y, z$  таковы, что  $x + y + z = 2022$ . Найдите наименьшее возможное значение выражения

$$[3x] + [4y] + [5z].$$

Квадратными скобками обозначается целая часть числа. Целой частью числа называется наибольшее целое число, которое не превосходит данное число. Так, например,  $[4.7] = 4$ ,  $[\frac{7}{3}] = 2$ ,  $[-1.5] = -2$ ,  $[5] = 5$ .

4. Отрезок натурального ряда назовем *интересным*, если произведение двух каких-то чисел из этого отрезка равно сумме всех остальных. Например, отрезок  $[2; 6]$  интересный, потому что  $2 \cdot 6 = 3 + 4 + 5$ . Докажите, что интересных отрезков бесконечно много.

5. 2022 точки делят окружность на равные части. Два игрока по очереди вписывают в окружность правильные многоугольники так, чтобы вершины многоугольника попадали на отмеченные точки, но не попадали в точки, уже занятые другими многоугольниками. Вписывать 2022-угольник нельзя. Проигрывает тот игрок, кто не может сделать ход. Кто — начинающий или его противник — сможет выиграть независимо от действий соперника?