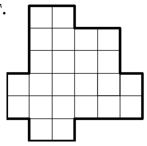
Олимпиада Юношеской Математической Школы 2009 г.
Задачи первого (заочного) тура
5–6 классы

1. Когда партизана Петьку отправляли на задание в занятый фашистами город, у него было 20 патронов. Вернувшись, он заметил, что по дороге туда было израсходовано патронов в три раза больше, чем в самом городе, а по дороге обратно — в три раза меньше, чем в городе. Сколько патронов осталось у Петьки? Не забудьте обосновать свой ответ.



2. Разрежьте (не обязательно по линиям сетки) фигурку, изображенную на рисунке справа, на 4 одинаковые части.

3. Какое наибольшее количество не бьющих друг друга слонов можно поставить на доску 5×7? Необходимо не только привести пример расстановки, но и объяснить, почему большее число слонов расставить невозможно.

4. Можно ли составить пять двузначных чисел, делящихся на 4, так, чтобы все десять цифр в их записи были различными? Не забудьте обосновать свой ответ.

5. Есть 15 пирожных различного веса. Аня знает, что среднее по весу пирожное испорчено. Ей разрешили сделать 8 взвешиваний на двухчашечных весах (которые показывают только, на какой чаше груз тяжелее). Может ли Аня найти заведомо хорошее пирожное? Не забудьте обосновать свой ответ.

6. В классе 22 ученика. Когда каждому выставили годовые оценки по всем 10 предметам (тройку, четверку или пятерку), оказалось, что у любых двух учеников хотя бы по одному предмету оценки различаются. Докажите, что можно найти двух учеников и два предмета таких, что по первому предмету лучше успевает первый ученик, а по второму — второй.

7. Можно ли выписать сто натуральных чисел так, чтобы для каждого из выписанных чисел ровно одно из остальных отличалось от него на 1, ровно одно — на 3, и ровно одно — на 8? Не забудьте обосновать свой ответ.

Решения олимпиады Вы можете **с 6 по 10 октября** (включительно) с 16.00 до 19:00 сдать по адресу: *14 линия Васильевского острова, дом 29.* Также Вы можете отправить свою работу по почте **до 10 октября** на адрес: *198504, Ст. Петергоф, Университетский пр., д. 28, математико-механический факультет СПбГУ. ЮМШ.* Контактный телефон ЮМШ: 445-05-38. Веб-сайт: `http://yumsh.spbu.ru`

Олимпиада Юношеской Математической Школы 2009 г.
Задачи первого (заочного) тура
7 класс

1. Когда партизана Василия отправляли на задание в занятый фашистами город, у него оставалось 20 патронов. Вернувшись, он обнаружил, что по дороге туда было израсходовано патронов в полтора раза больше, чем в самом городе, а по дороге обратно — в полтора раза меньше, чем в городе. Сколько патронов осталось у Василия?

2. Есть 15 пирожных различного веса. Аня знает, что среднее по весу пирожное испорчено. Ей разрешили сделать 8 взвешиваний на двухчашечных весах (которые показывают только, на какой чаше груз тяжелее). Может ли Аня найти заведомо хорошее пирожное?

3. Какое наибольшее количество двузначных чисел, делящихся на 4, можно составить, если каждую цифру разрешается использовать не более одного раза? (Не забудьте объяснить, почему нельзя составить больше чисел, чем у Вас получилось.)

4. В тюрьме за круглым столом сидят 12 человек: храбрецы и конспираторы. Каждого заставили подписать два заявления: "справа от меня сидит храбрец", и "слева от меня сидит конспиратор". Выйдя на свободу, каждый из них сказал, что подписал ровно одно ложное заявление. Сколько было конспираторов, если известно, что на воле храбрецы всегда говорят правду, а конспираторы всегда вводят в заблуждение?

5. Полоска из 101 клетки заполнена фишками. Мудрец и хитрец играют в следующую игру. Мудрец указывает хитрецу на фишки в некотором порядке (на каждую по разу), а хитрец либо снимает указанную фишку, либо сдвигает её в соседнюю свободную клетку (если такая есть). Сдвигать можно только дважды за игру. Может ли хитрец добиться того, чтобы в конце игры оставшиеся две фишки стояли рядом?

6. У мальчика и девочки было N карточек с числами от 1 до N. Девочка взяла пять карточек и перемножила числа на них, мальчик взял пять из оставшихся карточек, перемножил и получил то же произведение. При каком наименьшем N подобное могло случиться?

7. В классе 25 учеников. Когда каждому выставили годовые оценки по всем 10 предметам (тройку, четверку или пятерку), оказалось, что у любых двух учеников хотя бы по одному предмету оценки различаются. Докажите, что можно найти двух учеников и два предмета таких, что по первому предмету лучше успевает первый ученик, а по второму — второй.

Решения олимпиады Вы можете **с 6 по 10 октября** (включительно) с 16.00 до 19:00 сдать по адресу: *14 линия Васильевского острова, дом 29.* Также Вы можете отправить свою работу по почте **до 10 октября** на адрес: *198504, Ст. Петергоф, Университетский пр., д. 28, математико-механический факультет СПбГУ. ЮМШ.* Контактный телефон ЮМШ: 445-05-38. Веб-сайт: `http://yumsh.spbu.ru`

Олимпиада Юношеской Математической Школы 2009 г.
Задачи первого (заочного) тура
8 класс

1. Есть 15 пирожных различного веса. Аня знает, что среднее по весу пирожное испорчено. Ей разрешили сделать 8 взвешиваний на двухчашечных весах (которые показывают только, на какой чаше груз тяжелее). Может ли Аня найти заведомо хорошее пирожное?
2. Выпишите 17 дробей так, чтобы в числителе и знаменателе каждой дроби стояли однозначные натуральные числа, произведение всех дробей равнялось 1 и все дроби, кроме одной, были правильными.
3. Полоска из 101 клетки заполнена фишками. Мудрец и хитрец играют в следующую игру. Мудрец указывает хитрецу на фишки в некотором порядке (на каждую по разу), а хитрец либо снимает указанную фишку, либо сдвигает её в соседнюю свободную клетку (если такая есть). Сдвигать можно только дважды за игру. Может ли хитрец добиться того, чтобы в конце игры оставшиеся две фишки стояли рядом?
4. В стране царя Руслана 2009 городов и некоторые города соединены дорогами. Страна поделена между двумя его сыновьями, причем никто из сыновей не владеет двумя концами одной дороги. Докажите, что он может открыть 250291 дорог и некоторые города отдать третьему сыну так, чтобы по-прежнему концы любой дороги принадлежали разным сыновьям (любые два города могут быть соединены только одной дорогой).
5. На доске 50×2 закрашено 48 клеток. Докажите, что можно вырезать фигурку из четырех клеток в форме буквы T (возможно, перевчрнутую), у которой ровно одна клетка закрашена.
6. В классе 25 учеников. Когда каждому выставили годовые оценки по всем 10 предметам (тройку, четверку или пятерку), оказалось, что у любых двух учеников хотя бы по одному предмету оценки различаются. Докажите, что можно найти двух учеников и два предмета таких, что по первому предмету лучше успевает первый ученик, а по второму — второй.
7. В клетки доски 3×3 вписаны шесть положительных и три отрицательных числа. Известно, что для любой строки сумма попарных произведений чисел в ней положительна, а для любого столбца — отрицательна. Докажите, что найдется строка, целиком состоящая из положительных чисел.

Решения олимпиады Вы можете **с 6 по 10 октября** (включительно) с 16.00 до 19:00 сдать по адресу: *14 линия Васильевского острова, дом 29.* Также Вы можете отправить свою работу по почте **до 10 октября** на адрес: *198504, Ст. Петергоф, Университетский пр., д. 28, математико-механический факультет СПбГУ. ЮМШ.* Контактный телефон ЮМШ: 445-05-38. Веб-сайт: `http://yumsh.spbu.ru`